МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК ИНСТИТУТ СОЦИАЛЬНО-ПОЛИТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ МЕЖДУНАРОДНАЯ СЛАВЯНСКАЯ АКАДЕМИЯ (ЗАПАДНО-СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ)

СОЦИАЛЬНО-ДЕМОГРАФИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ РОССИИ: СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ.

МОНОГРАФИЯ,

посвященная 95-летию со дня рождения академика РАМН В.П. Казначеева

Научное издание

УДК 314:316 ББК 60.7:60.5 С69

ISBN 978-5-907233-16-4 © Коллектив авторов, 2019 © ИСПИ РАН, 2019 © МСА (ЗСО), 2019. 359с.

С69 Социально-демографический потенциал России: формирование и перспективное развитие / [Н.П. Толоконская, М.Б. Штарк, М.В. Рязанцев и др.; под ред. С.В. Рязанцева, А.М. Егорычева, Т.К. Ростовской]. – М.: Изд-во «Экон-Информ», 2019. – 359 с. ISBN 978-5-907233-16-4

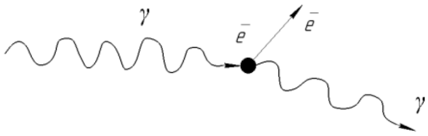
ГЛАВА III. РАЗВИТИЕ НАУЧНЫХ ИДЕЙ АКАДЕМИКА В.П. КАЗНАЧЕЕВА.

Академик МСА, член-корр. ПАНИ, профессор Родионов А.И.
Новосибирск, НГТУ-НЭТИ.

Введение

Читая курс лекций по аналитической механике прикладным математикам с элементами истории и идей квантовой механики и математической физики на протяжении ряда лет, я нашёл, на мой взгляд, удачный подход в кратком изложении идеи и сути классической квантовой механики. Именно этот краткий вариант изложения этой дисциплины конспективно приведён в этой статье. Впоследствии я неоднократно рассказывал об этом коллегам механикам и математикам, студентам, магистрантам и аспирантам. Этот накопленный опыт в изложении базовых основ квантовой механики остаётся актуальным, надеюсь, и сегодня.

История.

История квантовой механики и её сути такова. За 17 дней до начала 20 века М.Планк ввёл в теоретическую физику понятие кванта энергии, утверждая тем самым, что энергия (движение) может передаваться только «порциями». Экспериментальные исследования Г.Герца (1887 г.), А.Г.Столетова (1888-90 г.), А.Ленарда (1899 г.), Дж.Томпсона (1899), А.Ф.Иоффе (1907 г.) по фотоэффекту указали на то, что в том случае поведение света не описывается законами электромагнитной волновой оптики. В 1905 г. А.Эйнштейну удалось объяснить фотоэффект с позиции теории квантов М.Планка (1900.г.). Он ввёл в рассмотрение тогда гипотетический объект – ФОТОН, который являлся как бы квантом света ($\varepsilon_{\varphi} = \hbar\omega$). Эксперименты Комптона (1923 г.) по рассеянию света показали, что при больших частотах последний ведёт себя подобно частице при столкновении с другой. То есть 

ак КВАНТ-ФОТОН с импульсом $\vec{P} = \hbar\vec{k}$, где $\hbar$- постоянная Планка, $\vec{k}$ - волновой вектор $\vec{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$, λ - длина волны.

В 1912-1914 г. Резерфордом, Бором и Зоммерфельдом была создана планетарная модель атома, поведение электронов в которой объяснялось с позиции теории квантов. В 1924 г. Луи Де-Бройль предположил, что в экспериментах с электронами, подобных экспериментам со светом по интерференции и дифракции, поведение последних будет описываться с позиции теории, аналогичной волновой оптике ($\vec{P} = \hbar\dfrac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$). Эта идея позволила объяснить результаты экспериментов по рассеянию электронов Девиссона и Джермера (1925-1927) и Дж.Томпсона-П (1928 г.).

<u>Так родилась идея о корпускулярно-волновом дуализме «волна-частица» для фотонов и электронов.</u>

Базируясь на этой идее, в последующие 3-4 года трудами Э.Шрёдингера, В.Гайзенберга, М.Борна, П.Иордана, П.А.-М.Дирака была создана новая схема описания действительности. Новая теория движения микрочастиц (модель) – квантовая механика, интерпретацию которой дал Н.Бор.

Как понимать квантовую механику?

Предлагаем разумный вариант объяснения. С современных позиций <u>мы понимаем, что нет никакого корпускулярно-волнового дуализма в Природе</u>, а есть <u>корпускулярно-волновой дуализм в описании движения объектов Природы – фотонов, электронов и других микрочастиц.</u>

Ни фотон, ни электрон не являются одновременно <u>волной и частицей</u>, как интерпретировалось это в учебниках XX-го века. Они являются Объектами Объективной Реальности и ведут себя ни на что не похожим образом с точки зрения Классической механики. А ведут так, как им и положено по их Природе. Мы же описываем их движение с позиции дуальной теории. И, вообще, в теории работаем не с самой Природой, а с её Моделями!

. Как же ведёт себя, например электрон? Попытаемся ответить на этот вопрос. Предположим, что равномерный поток электронов попадает на два отверстия А и В и затем попадает на пластинку с чувствительной эмульсией.

После проявления пластинки оказывается, что имеет место типичная интерференционная картина типа той, что показана на Рис. 1.

Наличие такой картины распределения интенсивностей электронного потока говорит о том, что при рассеянии на щелях электроны летят с разными импульсами, да ещё интерферируют.

При обстреле щелей единичными электронами и при большом времени экспозиции получаем то же самое. Причём вероятность попадания отдельного электрона в точку x, если открыты оба отверстия, не равна $(P \neq P_A + P_B)$ сумме вероятностей попадания, когда открыты только перовое или второе отверстие. Всё это и ведёт к идее корпускулярно-волнового дуализма.

Каково же современное понимание обычной классической квантовой механики?

Её суть заключается в фразе: канонически сопряжённые величины есть суть фурье-сопряжённые.

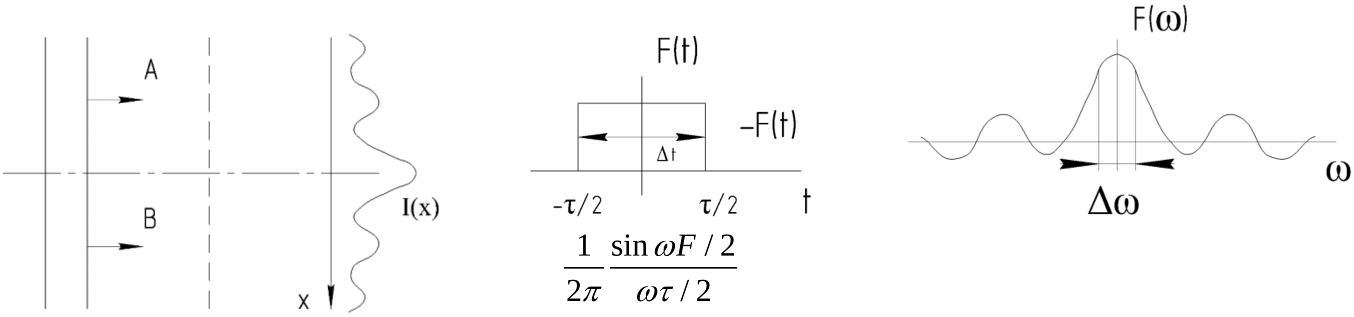
$$\varepsilon = \hbar\omega \qquad\qquad \vec{P} = \hbar\vec{k} \tag{I}$$

$$\left.\begin{matrix} \varepsilon - t \\ p - x \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \text{кан. сопр.} \\ \text{переменные} \end{matrix} \qquad\qquad \left.\begin{matrix} \omega - t \\ k - x \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \text{фурье-сопр.} \\ \text{переменные} \end{matrix}$$

Уравнения Гамильтона, закон сохранения энергии, Фурье-анализ и квантово-механические уравнения движения микрочастиц.

Как же опираясь на эту фразу построить уравнение движения микрочастиц? Это можно сделать исходя из следующих соображений. Во-первых, квантомеханические уравнения движения должны обращать в тождества уравнения движения классических частиц – **уравнения Гамильтона**. Во-вторых, они должны удовлетворять всем положениям волновой теории – **спектрального Фурье-анализа**. Это означает, что они должны подчиняться принципу суперпозиции или, что одно и то же, быть линейными, а также порождать соотношение неопределённостей. Последнее является следствием Фурье-анализа и имеет место в классике.

Рис.1.



$$F(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}F(t)e^{+i\omega t}dt \qquad \begin{array}{l}\Delta t\cdot\Delta\omega\sim 1\\ \hbar\,|\,\Delta t\cdot\Delta\omega\sim 1\rightarrow\\ \rightarrow\Delta t\cdot\Delta\varepsilon\sim\hbar\end{array} \qquad (2)$$

Таким ообразом уравнения должны быть с точки зрения математики полевыми. Наконец, по аналогии с электромагнитной теорией интерференции и дифракции света квадрат этой полевой функции должен быть пропорционален вероятности попадания электрона в данную точку или же интенсивности «засвечивания» фотоэмульсии. $P\sim J\sim|\psi|^2=|\psi_1+\psi_2|^2$

Что касается уравнений Гамильтона, то первое из них удовлетворяется автоматически в силу утверждения (*)

$$\dot{q}=\frac{\partial H}{\partial P}\mapsto\vec{V}_{\bar{e}}=\frac{\partial H}{\partial\vec{P}}=\frac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{P}}=\frac{\partial(\hbar\omega)}{\partial(\hbar\vec{k})}=\frac{\partial\omega}{\partial\vec{k}} \qquad (3)$$

Т.о.

$$\vec{V}_{\bar{e}}=\frac{\partial\omega}{\partial\vec{k}} \qquad (4)$$

Но (4) является ОПРЕДЕЛЕНИЕМ групповой скорости пакета волн. Т.о. получается, что скорость частица можно трактовать как групповую скорость пакета волн, движением которых описывается движение частица. Нильс Бор назвал их волнами вероятности и дал современную вероятностную интерпретацию квантовой механики.

Т.о. должны слева и справа выполняться пункты 1., 2. и 3.

$$\begin{array}{l}\text{I. удовл.урав.}\\ \text{Гамильтона}\\ \text{2. Зак. сохр.}\\ \text{энергии}\end{array}\;\longleftarrow\!\Big|\;\begin{array}{c}\varepsilon=\hbar\omega\\ \vec{P}=\hbar\vec{k}\end{array}\;\Big|\!\!\longrightarrow\;\begin{array}{l}\text{1. принцип суперпозиции}\\ \text{2. соотн. неопр.}\\ \text{3. } J\sim(A)^2\end{array}$$

Для этого введём некую ψ - функцию, потребовав выполнения следующих условий: 1-е должно выполняться утверждение (*), 2-ое – уравнения Гамильтона и принцип суперпозиции, 3-е - $\int\limits_V|\psi|^2\,dV$ - должен быть равен вероятности нахождения частицы в данном объёме. Кроме того не должен нарушаться закон сохранения энергии (движение материи сохраняется).

Т.к.

$$\psi\sim e^{-i(\omega t-\vec{k}\vec{r})}=e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon t-\vec{P}\vec{r})}\text{, то}$$

$$\vec{P}=-i\hbar\nabla\psi\frac{1}{\psi} \qquad \varepsilon=+i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}\frac{1}{\psi}\text{, (где }\nabla=\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\text{)} \qquad (5)$$

причём $\varepsilon=H$ - есть гамильтониан.

Такое определение ψ - функции и выражение через неё $\vec{P}$ и H автоматически удовлетворяет 2-ому уравнению Гамильтона:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\nabla H \qquad (6)$$

и принципу суперпозиции. Потребуем, чтобы ещё выполнялся закон сохранения энергии. При малых скоростях ($v \prec c$)

$$\varepsilon = H = T + u = \frac{P^2}{2m} + u \qquad (7)$$

Заменяя в (7) ε и $\vec{P}$ через (5) приходим к уравнению Шредингера, которое

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + u\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \leftrightarrow H\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi \qquad (8)$$

описывает движение безспиновой частицы в потенциальном поле U. Если же мы рассмотрим произвольное движение такой частицы, включая и релятивистский случай, то учитывая, что

$$\varepsilon^2 = p^2c^2 + m^2c^4, \qquad (9)$$

получим уравнение Клейна-Гордона

$$-\hbar^2\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -\hbar^2c^2\nabla^2\psi + m^2c^4\psi \text{ или же}$$

$$\nabla^2\psi - \frac{1}{c}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\psi = 0 \qquad (10)$$

В случае многокомпонентной волновой функции можно прийти к уравнениям Прока, аналогичным (10), и записанным через оператор Даламбера:

$$\Box\psi_i - \mu_c^2\psi_i = 0,\ \mu_c^2 = \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2, i = 1,2... \qquad (11)$$

Полученные выше уравнения играют большую роль в квантовой механике и относятся к основным уравнениям математической физики.

Квантовая и классическая механики.

Предсказания квантовой механики, основанные на решениях уравнений типа (8, 10, 11) многократно проверялись результатами экспериментов как классических, так и выходящих за рамки классической механики. Всё это позволило считать квантовую механику более фундаментальной теорией, нежели классическая. Опираясь на эту позицию можно дать объяснение классическим законам. Так, например, как было показано выше, первое уравнение Гамильтона (3) имеет квантово-механическое происхождение в силу (1) и (4). А (4) есть простое определение спектрально-волновой теории. Движение классической частицы по траектории, для которой $\delta S = 0$ (S – **Действие по Гамильтону**) так же может быть объяснено с позиции квантовой механики в её варианте развитом Ричардом Фейнманом в конце 40-х начале 50-х годов. Согласно подходу, разработанному этим выдающимся учёным, движение микрочастицы может быть описано не только дифференциальным уравнением типа (8), но и полностью эквивалентным ему интегральным уравнением

$$\psi(x_2,t_2)=\int_{-\infty}^{\infty}K(x_2,t_2;x_1,t_1)\psi(x_1,t_1)dx_1\,, \tag{12}$$

где $\psi(x_1,t_1)$ - волновая функция частицы в точке x_1 в момент t_1, а $\psi(x_2,t_2)$ - волновая функция частицы в x_2 в момент t_2; $K(x_2,t_2;x_1,t_1)$ называется АМПЛИТУДОЙ ПЕРЕХОДА из точки 1 в точку 2. Её квадрат модуля РАВЕН ВЕРОЯТНОСТИ ПЕРЕХОДА из 1 в 2.

$$P(x_2=b,x_2=a)=\left|K(b,a)\right|^2 \tag{13}$$

Ричарду Фейнману удалось показать, что эта амплитуда представляет собой сумму вкладов $\varphi_i\left(x(t)\right)$ от каждой траектории в отдельности, т.е.

$$K(b,a)=\sum_{\forall_i \text{ возможным переходом из a в b}}\varphi_i\left(x(t)\right) \tag{14}$$

где суммирование выполняется по всем траекториям, соединяющим точки 1 и 2.

<u>Фаза каждой траектории пропорциональна действию *S* по Гамильтону вдоль соответствующей траектории</u>:

$$\varphi_i\left(x(t)\right)=c_ie^{i\frac{S_i[x(t)]}{\hbar}} \tag{15}$$

С первого взгляда остаётся совершенно неясным, каким образом в классическом приближении наиболее важной окажется всего лишь одна траектория, тогда как из (15) следует, что все траектории вносят в амплитуду перехода из точки 1 в точку b. <u>Одинаковый вклад, хотя и с различными фазами</u>? Однако классическое приближение соответствует случаю, в котором размеры, массы, интервалы времени и другие параметры системы настолько велики, что действие S во много раз превосходит $\hbar=1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с. В этом случае фаза $\varphi=\dfrac{S}{\hbar}$ каждого парциального вклада представляет собой чрезвычайно большой угол. Действительная (или мнимая) часть φ равна cos (или sin) этого угла и в равной степени может оказаться как положительной, так и отрицательной.

Если теперь, как показано на Рис.2, мы сдвинем траекторию $(3\to4)$ на малую величину δx (<u>малую в смысле классических масштабов</u>), то изменение действия *S* так же будет небольшим в классическом смысле, однако отнюдь не малым при сопоставлении с величиной $\hbar$.

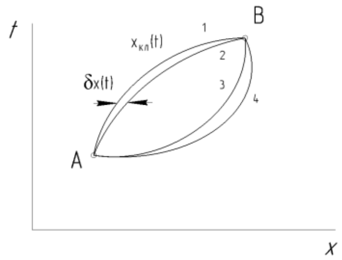


Рис.2

Эти небольшие изменения траектории будут, вообще говоря, приводить к огромным изменениям фазы. Её cos и sin совершает очень быстрые и частые колебания между положительными и отрицательными значениями. Т.о., если одна траектория даёт положительный вклад, то другая, бесконечно близкая к ней (в классическом смысле) даёт такой же отрицательный вклад, так что в целом не возникает никакого вклада.

Поэтому данную траекторию можно фактически не учитывать, если соседние с ней имеют различное действие, поскольку их вклады взаимно уничтожаются. Однако у некоторой траектории $x_{кл}$, для которой действие экстремально, небольшое изменение δx (во всяком случае, в первом приближении) не меняют величины S.

Все вклады от траекторий, находящихся в этой области, близки по фазе, которая равна здесь $\frac{S_{кл}}{\hbar}$, и взаимно не уничтожаются.

Следовательно, существенный вклад мы можем получить лишь в окрестности траектории $x_{кл.}$ И в классическом приближении должны рассматривать только эту траекторию как единственную важную.

Именно так классические законы движения вытекают из квантовых!

Можно также отметить, что траектории, которые не совпадают с $x_{кл}$ дают вклад лишь в той области, где $S_{кл}$ отличается на величину порядка $\hbar$. Классическая траектория в этой небольшой области остаётся неопределённой, что и ограничивает точность, с которой она определяется.

Заключение

Предложенный краткий вариант изложения и интерпретации классической и квантовой механик не для физиков, а для прикладных математиков, инженеров, и гуманитариев-натурфилософов, как показал опыт преподавания, является вполне разумным и доступным для понимания. Будем надеется, что и в дальнейшем может быть активно применён в учебном процессе тиражирования знаний для всех интересующихся наукой но при этом достаточно грамотных.