Казначеевские чтения № 4. Воспитание и обучение в современном обществе: актуальные аспекты теории и практики : сб. науч. тр. участников 7 междунар. науч.-практ. конф., Новосибирск, 28–29 нояб. 2018 г. . – Новосибирск ; Бийск : МСА (ЗСО), 2018. – С. 74–80.

Для преподавателей и учителей об эффекте Джанибекова.

С.Р. Кравцов, А.И. Родионов, Г.Н. Сырецкий (*Новосибирск, НГТУ*)

Введение. Бывает, что в процессе исследований ученые сталкиваются с явлениями, идущими, казалось бы, вразрез с господствующей на данный момент Парадигмой Науки. Именно такого рода явление пронаблюдал советский космонавт Джанибеков в 1985 году на космической орбитальной станции (КОС) «Салют-7». Загадочное движение ГД - «гайки Джанибекова» вызвало неподдельный интерес в научных и общественных кругах, в среде учащейся молодёжи. Научной и ненаучной общественностью был предложен ряд объяснений движения ГД от фантастических и религиозных, до эфиродинамических. Научное объяснение процесса движения гайки удалось дать только через несколько лет на основе классической динамики твёрдого тела.

Именно этот вариант объяснения может представлять определённый интерес для преподавателей, учителей и творческой учащейся молодёжи.

Ключевые слова:

Эффект Джанибекова; гайка Джанибекова; главные оси инерции; теорема промежуточной оси; динамические уравнения Эйлера; кватернионы, устойчивые и неустойчивое вращения вокруг оси.

Из истории науки, и особенно новейшей её истории, известно достаточно много примеров, когда в процессе экспериментов и наблюдений ученые сталкивались с необычным. Открытие, сделанное космонавтом Владимиром Джанибековым во время своего пятого полета на корабле «Союз Т-13» и орбитальной станции «Салют-7» (6 июня — 26 сентября 1985 года) относится таким явлениям (См. Википедия. Эффект Джанибекова. Видео).

Впервые удививший многих эффект Джанибекова - ЭД был обнаружен космонавтом в 1985 году. При распаковке груза поступившего на КОС Владимир Александрович обратил внимание на то, как крепёжная гайка, пролетев порядка 40 сантиметров, неожиданно совершила кувырок на 180 градусов и полетела дальше. Центр масс гайки продолжал равномерное и прямолинейное движение. Пролетев еще 40 сантиметров, опять перевернулась, и так далее (рис.1).

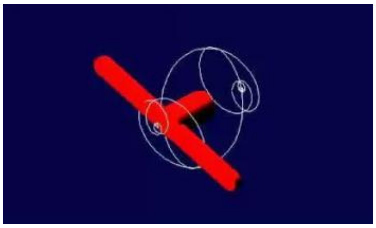

Рис. 1. Гайка Джанибекова

Уже тогда космонавт, экспериментируя на орбитальной станции с пластилиновым шариком, предположил, что подобные «странности поведения» реальны и для планеты Земля. Это вызвало большой интерес, как в научных кругах, так и среди учащейся и «околонаучной» молодёжи и общественности. Сразу началась дискуссия об эффекте и об объяснении на основе его предыдущих всепланетарных катастроф – «концов света». Для объяснения эффекта учёные вынуждены были более пристально посмотреть на законы классической и даже квантовой механик. Открытие Джанибекова послужило, в том числе, и толчком к развитию абсолютно новой области науки, которая занимается псевдоквантовыми процессами, то есть скачкообразными (квантовыми) процессами, которые происходят в макромире. За эти годы ЭД был дан ряд объяснений, начиная от псевдонаучных – фантастических до эфиродинамических.

2. Теория

Рассмотрим возможные причины поведения гайки Джанибекова с позиций классической динамики твёрдого тела. Её движение можно объяснить на основе «теорема промежуточной оси - теорема теннисной ракетки» [1]. Эта теорема объясняет движение твердого тела с тремя различными главными моментами инерции:

1. Известно [2], что вращение абсолютно жёсткого тела (ТТ) устойчиво относительно осей как наибольшего, так и наименьшего главного момента инерции. Пример устойчивого вращения вокруг оси наименьшего момента инерции, используемый на практике — стабилизация летящей пули.

2. Вращение вокруг оси наибольшего момента инерции устойчиво для любого тела в течение неограниченного времени. В том числе и не абсолютно жёсткого (НАЖТ). Поэтому такая, и только такая закрутка используется для полностью пассивной (при выключенной системе ориентации) стабилизации спутников со значительной нежёсткостью конструкции (развитые панели СБ, антенны, топливо в баках и т. п.) [3].

3. Вращение вокруг оси со средним моментом инерции неустойчиво всегда. В этом случае вращающиеся тело будет стремиться перейти в состояние с минимальной энергией вращения [3]. При этом различные точки тела начнут испытывать переменные ускорения. Если эти ускорения будут приводить к переменным деформациям НАЖТ с рассеянием энергии, то в итоге ось вращения совместиться с осью максимального момента инерции. Если же деформации не происходит, то не происходит и рассеяния энергии (идеальная упругость), и тогда будет иметь место энергетически

консервативная система. Образно говоря, тело будет кувыркаться, вечно пытаясь найти себе «комфортное» положение, но всякий раз будет его проскакивать и искать заново. Простейший пример — идеальный маятник. Нижнее положение — энергетически оптимальное. Но он никогда не остановится в нем. Таким образом, ось вращения абсолютно жесткого или идеально упругого тела никогда не совместится с осью максимального момента инерции, если изначально она не совпадала с ним. Тело будет вечно совершать сложные трёхмерные колебания, зависящие от параметров и начальных условий. Нужно ставить демпфер или активно гасить колебания системой управления, если речь идет о КЛА.

4. При равенстве всех главных моментов инерции вектор угловой скорости вращения тела не будет меняться ни по величине, ни по направлению. Грубо говоря, вокруг какого направления закрутил, вокруг того направления и будет вращаться.

Проиллюстрируем вышесказанное на основе динамических уравнений Эйлера [4]. При свободном вращении ТТ, они в главных осях инерции примут вид:

$$I_1\dot{\omega}_1 = (I_2 - I_3)\omega_2\omega_3 \tag{1}$$

$$I_2\dot{\omega}_2 = (I_3 - I_1)\omega_3\omega_1 \tag{2}$$

$$I_3\dot{\omega}_3 = (I_1 - I_2)\omega_1\omega_2 \tag{3}$$

Здесь I_1, I_2, I_3 - главные моменты инерции. Предположим, что $I_1 > I_2 > I_3$. Угловые скорости трёх главных осей - ω_1, ω_2, ω_3. Рассмотрим ситуацию, когда объект вращается вокруг оси с моментом инерции I_1. Для определения характера равновесия, предположим, что существуют две малые начальные угловые скорости вдоль других двух осей. В результате, согласно уравнению (1), $\dot{\omega}_1$ очень мала. Следовательно, зависимостью от времени ω_1 можно пренебречь.

Теперь, дифференцируем уравнение (2) и подставим $\dot{\omega}_3$ из уравнения (3):

$$I_2 I_3\ddot{\omega}_2 = (I_3 - I_1)(I_1 - I_2)(\omega_1)^2\omega_2 \tag{4}$$

Заметим, что ω_2 изменила знак, и поэтому вращение вокруг этой оси является стабильным для объекта. Аналогичное рассуждение показывает, что вращение вокруг оси с моментом инерции I_3 тоже стабильно. Теперь применим эти рассуждения к оси с моментом инерции I_2. В этот раз $\dot{\omega}_2$ очень мала. Следовательно, зависимостью от времени ω_2 можно пренебречь.

Теперь, дифференцируем уравнение (1) и подставим $\dot{\omega}_3$ из уравнения (3):

$$I_1 I_3\ddot{\omega}_1 = (I_2 - I_3)(I_1 - I_2)(\omega_2)^2\omega_1 \tag{5}$$

Отметим, что ω_1 не изменила знак (и, следовательно, будет расти) и поэтому вращение вокруг 2 оси является неустойчивым. Поэтому даже небольшие возмущения вдоль других осей заставляют объект, «кувыркнуться».

Его качественный анализ показал, что возрастание ω_1 приводит к тому, что вращение вокруг второй оси становится неустойчивым и порождает “кувырок” гайки Джанибекова. Покажем это количественно.

Решим систему уравнений Эйлера с использованием кватернионов [5,6]. Получим зависимость компонент угловых скоростей от времени и продемонстрируем “кувырок” гайки Джанибекова.

Напомним известные способы ориентации твёрдого тела в пространстве. Впервые метод определения однозначной ориентации твёрдого тела в трёхмерном пространстве был представлен Леонардом Эйлером [4]. Это было осуществлено с помощью углов прецессии - ψ, нутации - θ и собственного вращения - φ. Однако существует два значения угла нутации $\theta_1 = 0$ и $\theta_2 = \pi$, при которых происходит вырождение кинематических уравнений Эйлера. Допустим, что угол нутации принял одно из этих значений – тогда углы ψ и φ описывают поворот вокруг одной и той же оси и принципиально неразличимы друг от друга. В этом случае в кинематических уравнениях Эйлера мы получаем ноль в знаменателе (машинные нули), поэтому данный метод для решения задачи не подходит.

Другой метод описания ориентации твёрдого тела в трёхмерном пространстве был предложен А.Н. Крыловым [4]. Изучая качку корабля, он ввёл кинематически независимые углы, отличающиеся от эйлеровых. Эти углы позиционируют положение корабля и более удобны для расчётов. Они определяются корабельными осями, связанными с корпусом судна (Рисунок 1). С осью x связан угол крена θ, с осью y - угол дифферента ψ, с осью z - угол рыскания φ. Позже появилась система координат, применяемая в авиации. Её оси показаны на рисунке 2. Ось y_1 называется осью крена (ей соответствует угол крена φ), ось y_2 - осью тангажа (ей соответствует угол тангажа θ) и ось y_3 - осью скольжения (ей соответствует угол рыскания ψ). Разница между системами корабельных и самолётных углов заключается в том, что корабельная система – левая, а самолётная правая. Рассмотрим самолётные углы.

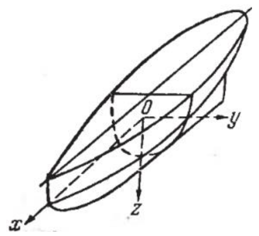

Рисунок 1 – Корабельные оси

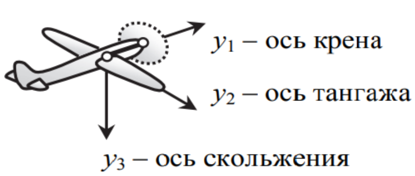

Рисунок 2 – Самолётные оси

Данные параметры поворота вырождаются при тангажах $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$, при этом неразличимы становятся крен и рыскание, поэтому данный метод нам также не подходит.

Все возможные комбинации углов поворота имеют вырождение, и их применение ограничивается критическими значениями параметра. В 1748 году Эйлер ввёл в рассмотрение четыре параметра, которые не вырождаются. Французский математик Б.О. Родриг в своих исследованиях параметризовал общий поворот с помощью четырёх чисел. А в работах Уильяма Гамильтона в 1843 году они получили окончательное теоретическое обоснование. Это кватернионы.

Кватернионом называют число вида [5,6]

$$\Lambda = \lambda_0 + \lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k, \tag{6}$$

где $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ - произвольные действительные числа, называемые компонентами кватерниона, а i, j, k - мнимые единицы вдоль соответствующих осей, выполняющих функцию единичных векторов $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, образующих в трёхмерном пространстве правую ортогональную тройку и обладающих следующим свойством:

$$i^2 = j^2 = k^2 = i \cdot j \cdot k = -1.$$

Также кватернион можно представить в матричной форме в виде упорядоченной четвёрки действительных чисел:

$$\Lambda = [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]. \tag{7}$$

На которые наложим дополнительное условие:

$$\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1. \tag{8}$$

В результате получим параметры Родрига-Гамильтона [5]. Дополнительное условие описывает свойство нормированного кватерниона, который характеризуется единичным вектором $\vec{e}$ с компонентами и аргументом (углом поворота)

$$e_1 = \frac{\lambda_1}{|\vec{\lambda}|}; e_2 = \frac{\lambda_2}{|\vec{\lambda}|}; e_3 = \frac{\lambda_3}{|\vec{\lambda}|}; |\vec{\lambda}| = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}; \varphi = \arg\left(\lambda_0 + i \cdot |\vec{\lambda}|\right).$$

Таким образом, кватернион представляет вектор $\vec{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]$, задающий ось, вокруг которой мы поворачиваем систему координат по часовой стрелке на угол φ.

Вернёмся к эффекту Джанибекова, положим в основу следующую зависимость: $I_y > I_x > I_z$, и получим систему дифференциальных уравнений, описывающую поворот системы в трёхмерном пространстве:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_0 = -\dfrac{1}{2}\left(\lambda_1\omega_x + \lambda_2\omega_y + \lambda_3\omega_z\right) \\ \dot{\lambda}_1 = \dfrac{1}{2}\left(\lambda_0\omega_x + \lambda_3\omega_y - \lambda_2\omega_z\right) \\ \dot{\lambda}_2 = -\dfrac{1}{2}\left(\lambda_3\omega_x - \lambda_0\omega_y - \lambda_1\omega_z\right) \\ \dot{\lambda}_3 = \dfrac{1}{2}\left(\lambda_2\omega_x - \lambda_1\omega_y + \lambda_0\omega_z\right) \\ \dot{\omega}_x = \left(i_y - i_z\right)\omega_y\omega_z \\ \dot{\omega}_y = \dfrac{\left(i_z - 1\right)}{i_y}\omega_x\omega_z \\ \dot{\omega}_z = \dfrac{\left(1 - i_y\right)}{i_z}\omega_x\omega_y \end{cases} \tag{9}$$

где $i_y = \dfrac{I_y}{I_x}$, $i_z = \dfrac{I_z}{I_x}$.

Численно проинтегрируем (9) в Mathcad с начальными условиями: $\lambda_0(0)=1$, $\lambda_1(0)=\lambda_2(0)=\lambda_3(0)=0$, $\omega_x(0)=\omega_0$ (ω_0 - угловая скорость гайки после схода с резьбы принимаем равной 1 рад/с), $\omega_y(0)=\Delta\omega_y$ ($\Delta\omega_y$ - начальное возмущение угловой скорости принимаем равным $1\cdot 10^{-10}$), $\omega_z(0)=0$. Зависимость угловых скоростей $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ (рад/с) от времени t (с) представлена на рисунке 3.

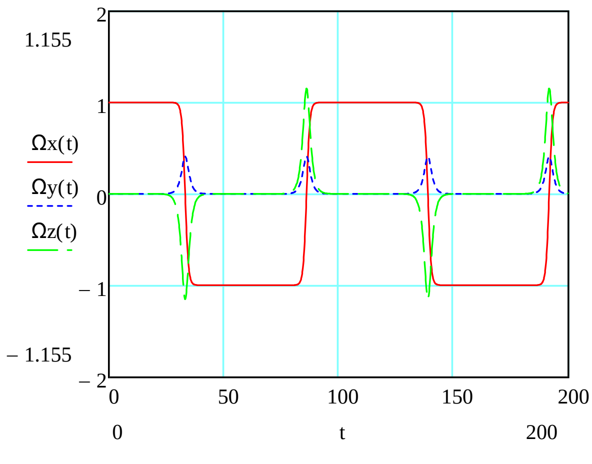

Рисунок 3 – Графики угловых скоростей

Анализ рисунка 3 показывает, что угловая скорость промежуточного момента инерции ω_x меняет свой знак скачкообразно, что соответствует “кувырку” гайки в невесомости. Именно это и наблюдал В.А. Джанибеков.

Вывод. Таким образом, исходя из вышесказанного, «гайка Джанибекова» — классический пример вращения абсолютно жесткого тела, закрученного вокруг оси, не совпадающей с осью наименьшего или наибольшего момента инерции.

Литература:

1. Теорема теннисной ракетки [Электронный ресурс]: Википедия – https://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема_теннисной_ракетки.
2. McCall M.W. Classical Mechanics: From Newton to Einstein: A modern Introduction / M.W. McCall. – Second Edition.–John Wiley & Sons, 2011. - 241 с.
3. Артюхин Ю.П. Системы управления космических аппаратов, стабилизированных вращением / Ю.П. Артюхин, Л.И. Каргу, В.Л. Симаев. – Москва: Наука, 1979. – 295 с.
4. Родионов А.И. Теоретическая механика: конспект лекций с приложениями Ч.3. Динамика / А.И. Родионов, В.Ф. Ким. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010. – 240 с.
5. Гордеев В.Н., Кватернионы и бикватернионы с приложениями в геометрии и механике / В.Н. Гордеев. – Киев: Издательство "Сталь", 2016. – 316 с.
6. Родионов А.И., Сырецкий Г.А. Кватернионы как одна из составляющих современного математического базиса инженерной подготовки / А.И. Родионов, Г.А. Сырецкий // Сб. матер. междунар. научно-метод. конф.: "Интеграция образовательного пространства с реальным сектором экономики".(27февраля – 2 марта 2012г.), Ч.2., - Новосибирск: Изд-во СГГА, 2012. - С. 163-168.